Opción A

Ejercicio 1 opción A, modelo Junio 2012 específico

Sea la función f: $(0,+\infty) \to R$ definida por $f(x) = 1/x + \ln(x)$ donde ln denota la función logaritmo neperiano.

(a) [1'75 puntos] Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) en el intervalo [1/e, e].

(b) [0'75 puntos] Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = e.

Solución

(a)

Halla los extremos absolutos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) en el intervalo [1/e, e].

$f(x) = 1/x + \ln(x)$ está definida en $(0,+\infty)$, y en dicho intervalo es continua y derivable.

Sabemos los extremos absolutos de f se suelen encontrar en las soluciones de $f'(x) = 0$, los puntos donde no es continua o no es derivable (en nuestro caso no hay ninguno), o en los extremos del intervalo [1/e, e], es decir **x = 1/e** y **x = e**.

Veamos los puntos que anulan la 1ª derivada.

$f(x) = 1/x + \ln(x)$

$f'(x) = -1/x^2 + 1/x$

Si $f'(x) = 0$; tenemos $-1/x^2 + 1/x = 0$, de donde $1/x = 1/x^2$. Multiplicamos en cruz $\to$ $x^2 = x$, pasamos todo a un miembro, $\to$ $x^2 - x = 0 = x(x-1)$, de donde x = 0 y **x = 1**. x = 0 no sirve pues no está en el dominio, por tanto los extremos absolutos se encontrarán en las siguientes abscisas **x = 1/e, x = 1** y **x = e**.

Sustituimos estos tres valores en f(x), el resultado mayor corresponde al máximo absoluto y el menor al mínimo absoluto.

$f(\mathbf{1/e}) = 1/(1/e) + \ln(1/e) = e + \ln(1) - \ln(e) = e - 1 \cong \mathbf{1'718}$

$f(\mathbf{1}) = 1/1 + \ln(1) = 1 + \ln(1) = \mathbf{1}$

$f(e) = 1/e + \ln(e) = 1/e + 1 \cong 1'368$

El máximo absoluto es " e – 1" y se alcanza en x = 1/e, y el mínimo absoluto es "1" y se alcanza en x = 1.

(b)

Determina la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = e.

La ecuación de la recta tangente en x = e es, "$y - f(e) = f'(e)\cdot(x - e)$"

$f(x) = 1/x + \ln(x) \quad \to f(e) = 1/e + \ln(e) = 1/e + 1$

$f'(x) = -1/x^2 + 1/x \quad \to f'(e) = -1/e^2 + 1/e$

La recta tangente en x = e es, "$y - (1/e + 1) = (-1/e^2 + 1/e)\cdot(x - e)$"

Ejercicio 2 opción A, modelo Junio 2012 específico

Sean f, g: $R \to R$ las funciones definidas por f(x) = sen(x) y g(x) = cos(x) respectivamente.

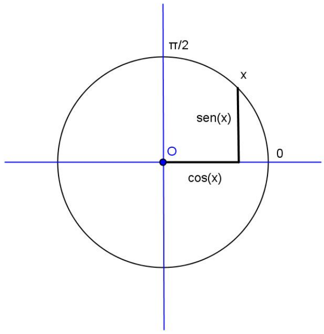
(a) [0'75 puntos] Realiza un esbozo de las gráficas de f y g en el intervalo $[0,\pi/2]$.

(b) [1'75 puntos] Calcula el área total de los recintos limitados por ambas gráficas y las rectas x=0 y $x = \pi/2$.

Solución

Sean f, g: $R \to R$ las funciones definidas por f(x) = sen(x) y g(x) = cos(x) respectivamente.

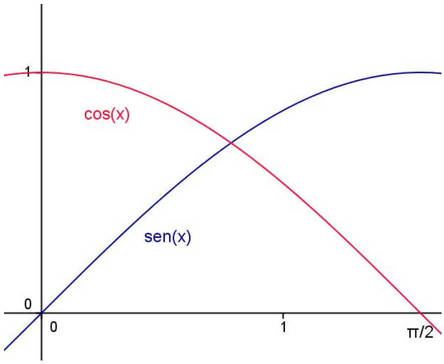
Sabemos que en la circunferencia goniométrica el *seno* es la *ordenada* y el *coseno* la *abscisa*. Véase la siguiente figura.



(a)

Realiza un esbozo de las gráficas de f y g en el intervalo $[0,\pi/2]$.

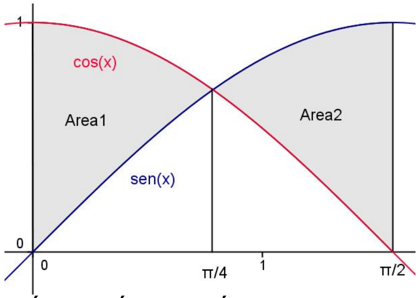
Sabemos que las funciones sen y cos son continuas y derivables en todo R, periódicas de periodo 2π, $\text{sen}(0) = 0 = \cos(\pi/2)$, $\text{sen}(\pi/2) = 1 = \cos(0)$, que el sen y el cos van desfasados $\pi/2$, y que en $[0, \pi/2]$, sen es estrictamente creciente (es la ordenada) y cos es estrictamente decreciente (es la abscisa). Teniendo en cuenta todo esto un esbozo de sus gráficas es:



(b)

Calcula el área total de los recintos limitados por ambas gráficas y las rectas x=0 y $x = \pi/2$.

Un pequeño esbozo nos ayudará a calcular el área:



Como vemos el área pedida es Área = Área1 + Área2.

Primero tenemos que ver donde coinciden sen(x) y cos(x) en $[0,\pi/2]$, y vemos que es en "$\pi/4$", que es el punto medio del intervalo $[0,\pi/2]$, pues ahí coinciden la abscisa y la ordenada en la circunferencia goniométrica.

Área = Área1 + Área2 = $\int_0^{\pi/4} (\cos(x) - \text{sen}(x))dx + \int_{\pi/4}^{\pi/2} (\text{sen}(x) - \cos(x))dx =$
$= [\text{sen}(x) + \cos(x)]_0^{\pi/4} + [-\cos(x) - \text{sen}(x)]_{\pi/4}^{\pi/2} = [(\text{sen}(\pi/4) + \cos(\pi/4)) - (\text{sen}(0) + \cos(0))] +$
$[(-\cos(\pi/2) - \text{sen}(\pi/2)) - (-\cos(\pi/4) - \text{sen}(\pi/4))] = (\sqrt{2})/2 + (\sqrt{2})/2 - 1 - 1 + (\sqrt{2})/2 + (\sqrt{2})/2 =$

$= 2\cdot(\sqrt{2}) - 2 \cong 0'828\ u^2$.

Ejercicio 3 opción A, modelo Junio 2012 específico

[2'5 puntos] Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad y \qquad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Determina, si existe, la matriz X que verifica $AXB = C^t$, siendo C^t la matriz traspuesta de C

Solución

Determina, si existe, la matriz X que verifica $AXB = C^t$, siendo C^t la matriz traspuesta de C

Veamos primero si tiene sentido el producto, observando filas y columnas
$A_{3x\mathbf{3}}\cdot X_{\mathbf{3x2}}\cdot B_{\mathbf{2}x2} = C^t_{3x2}$, el producto tiene sentido si el orden de la matriz X es 3x2.

A continuación vamos a ver si las matrices A y B tienen matriz inversa, observando si sus determinantes son distinto de cero.

$\det(B) = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 = -1 \neq 0$, luego existe la matriz inversa B^{-1}.

$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}_{F_3-F_1} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot1\cdot1 = 1 \neq 0$, luego existe la matriz inversa A^{-1}.

Como existen las matrices inversas, podemos multiplicar la expresión "$AXB = C^t$", por la izquierda por la matriz A^{-1} y por la derecha por la matriz B^{-1}.

$A^{-1}\cdot AXB\cdot B^{-1} = A^{-1}\cdot C^t\cdot B^{-1} \rightarrow I_3\cdot X\cdot I_2 = A^{-1}\cdot C^t\cdot B^{-1} \rightarrow X = A^{-1}\cdot C^t\cdot B^{-1}$.

Vamos a calcular las inversas y a efectuar los productos de las matrices.
$A^{-1} = (1/|A|).Adj(A)^t$.

Como $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $A^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $Adj(A)^t = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

$B^{-1} = (1/|B|).Adj(B)^t$.

Como $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B^t = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $Adj(B)^t = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ y $B^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ de donde:

$$X = A^{-1}\cdot C^t\cdot B^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 4 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4 opción A, modelo Junio 2012 específico

El punto M(1,-1,0) es el centro de un paralelogramo y A(2,1,-1) y B(0,-2,3) son dos vértices consecutivos del mismo.
(a) [1 punto] Halla la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.
(b) [1'5 puntos] Determina uno de los otros dos vértices y calcula el área de dicho paralelogramo.

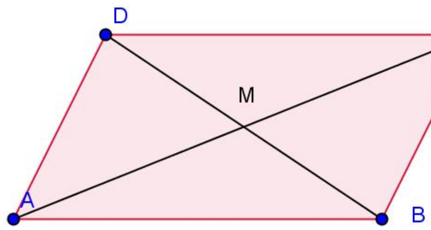
Solución

El punto M(1,-1,0) es el centro de un paralelogramo y A(2,1,-1) y B(0,-2,3) son dos vértices consecutivos del mismo.

(a)

Halla la ecuación general del plano que contiene al paralelogramo.

Vamos a realizar un pequeño dibujo que nos servirá para los dos apartados.



M(1,-1,0) es el centro de un paralelogramo y A(2,1,-1) y B(0,-2,3).

Para un plano necesitamos un punto, el M, y dos vectores independientes, el **MA** y el **MB**.

MA = (1,2,-1); **MB** = (-1,-1,3).

El plano del paralelogramo es $\pi \equiv 0 = \det(\mathbf{MX},\mathbf{MA},\mathbf{MB}) = \begin{vmatrix} x-1 & y+1 & z-0 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$ Adjuntos primera fila =

= (x-1)(7) – (y+1)(2) + (z)(1) = **5x – 2y + z – 7 = 0**

(b)

Determina uno de los otros dos vértices y calcula el área de dicho paralelogramo.

Sabemos que el centro del paralelogramo es el punto M donde se cortan las diagonales del paralelogramo, el cual coincide con el punto medio de una de ellas, por ejemplo la BD.

Calculamos el vértice D con M punto medio de BD

M(1,-1,0) = ((0+x)/2, (-2+y)/2, (3+z)/2), de donde
1 = (0+x)/2, por tanto x = 2
-1 = (-2+y)/2, por tanto y = 0
0 = (3+z)/2, por tanto z = -3, luego **el vértice D es D(2,0,-3)**

Sabemos que el área del paralelogramo es el módulo del producto vectorial de dos vectores con origen común, por ejemplo ||**ABxAD**||:

AB = (-2,-3,4); **AD** = (0,-1,-2); **ABxAD** = $\begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 \end{vmatrix}$ = **i**(10) – **j**(4) + **k**(2) = (10,-4,2)

Área paralelogramo = ||**AB**x**AD**|| = $\sqrt{(10^2 + 4^2 + 2^2)} = \sqrt{(120)}$ u.a.

Opción B

Ejercicio 1 opción B, modelo Junio 2012 específico

Sea f la función definida por $f(x) = \dfrac{2x^2}{(x+1)(x-2)}$ para $x \neq -1$ y $x \neq 2$.

(a) [1 punto] Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f.
(b) [1 punto] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
(c) [0’5 puntos] Calcula, si existe, algún punto de la gráfica de f donde ésta corta a la asíntota horizontal.

Solución

Sea f la función definida por f(x) = $\dfrac{2x^2}{(x+1)(x-2)}$ para $x \neq -1$ y $x \neq 2$.

(a)

Estudia y calcula las asíntotas de la gráfica de f.

"La recta x = a es una asíntota vertical (A.V.) de f(x) si $\lim_{x\to a+} [(f(x)] = \infty$"

Las A.V. en cocientes de funciones polinómicas suelen ser los números que anulan el denominador, en este caso x = -1 y x = 2. Veámoslo:

Como $\lim\limits_{x\to -1+} \dfrac{2x^2}{(x+1)(x-2)} = \dfrac{2(-1)^2}{(0^+)(-1-2)} = \dfrac{2}{0^-} = -\infty$, **x = -1 es una A.V. de f**

Como $\lim\limits_{x\to 2+} \dfrac{2x^2}{(x+1)(x-2)} = \dfrac{2(2)^2}{(3)(0^+)} = \dfrac{8}{0^+} = +\infty$, **x = 2 es una A.V. de f**

" La recta y = b es una asíntota horizontal (A.H.) de f(x) si $\lim_{x\to\pm\infty} [(f(x)] = b$

Sabemos que en los cocientes de funciones polinómicas, existen A.H. si el grado el numerador y del denominador coinciden (es nuestro caso), y la A.H.es la misma en $\pm\infty$

Como $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2x^2}{(x+1)(x-2)} = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{2x^2}{x^2} = 2$, **y = 2 es una A.H. de f**

No asíntota oblicua (A.O.)

(b)

Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .

Me están pidiendo la monotonía, que es el estudio de f '(x).

$$f(x) = \frac{2x^2}{(x+1)(x-2)} = \frac{2x^2}{x^2 - x - 2}$$

$$f'(x) = \frac{4x(x^2 - x - 2) - 2x^2(2x - 1)}{(x^2 - x - 2)^2} = \frac{-2x^2 - 8x}{(x^2 - x - 2)^2}.$$

Si f '(x) = 0; tenemos $(-2x^2 – 8x) = 0 = x(-2x – 8)$, de donde **x = 0** y **x = -4**, que pueden los extremos relativos.

Como f '(-5) = $\dfrac{-2(-5)^2 - 8(-5)}{(+)} = \dfrac{-10}{(+)} < 0$, f'(x) < 0 en x < -4, **luego f(x) es estrictamente decreciente en x < - 4.**

Como f '(-2)= $\dfrac{-2(-2)^2 - 8(-2)}{(+)} = \dfrac{8}{(+)} > 0$, f'(x) > 0 en - 4< x< 0 –{-1}, **luego f(x) es estrictamente creciente en - 4 < x < 0** – {-1}.

Como f '(1) = $\dfrac{-2(1)^2 - 8(1)}{(+)} = \dfrac{-10}{(+)} < 0$, f'(x) < 0 en x > 0 - {2}, **luego f(x) es estrictamente**

decreciente en x > 0 – {2}.
(c)
Calcula, si existe, algún punto de la gráfica de f donde ésta corta a la asíntota horizontal.

Para que la A.H. y = 2 corte a f(x), tiene que existir alguna solución de la ecuación f(x) = 2, es decir de $\dfrac{2x^2}{x^2 - x - 2} = 2$. Multiplicamos en cruz $\rightarrow$ $2x^2 = 2x^2 - 2x - 4$ $\rightarrow$ $0 = -2x - 4$, de donde x= -2, es decir **se cortan en el punto** (-2,f(-2)) = (-2, 8/4) = **(-2,2)**

Ejercicio 2 opción B, modelo Junio 2012 específico

[2’5 puntos] Sea f la función f: R $\rightarrow$ R definida por $f(x) = x^2\cdot\cos(x)$. Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (π,0).

Solución

Una primitiva de f, es $F(x) = \int x^2\cdot\cos(x).dx$, que es una integral por partes.
$\int u\cdot dv = u\cdot v - \int v\cdot du$
Calculamos primero la integral indefinida.

$F(x) = \int x^2\cdot\cos(x).dx = \{ u = x^2 \rightarrow du = 2x\cdot dx;\ \ dv = \cos(x).dx \rightarrow v = \int \cos(x).dx = \text{sen}(x) \} =$
$= x^2\cdot\text{sen}(x) - \int 2x\cdot\text{sen}(x).dx = x^2\cdot\text{sen}(x) - I_1.$

$I_1 = \int 2x\cdot\text{sen}(x).dx = \{ u = 2x \rightarrow du = 2dx;\ \ dv = \text{sen}(x).dx \rightarrow v = \int \text{sen}(x).dx = -\cos(x) \} =$
$= -2x\cdot\cos(x) + \int 2\cdot\cos(x).dx = -2x\cdot\cos(x) + 2\cdot\text{sen}(x)$, por tanto:

$F(x) = x^2\cdot\text{sen}(x) - I_1 = x^2\cdot\text{sen}(x) - (-2x\cdot\cos(x) + 2\cdot\text{sen}(x)) + K =$
$= x^2\cdot\text{sen}(x) + 2x\cdot\cos(x) - 2\cdot\text{sen}(x) + K.$

Como pasa por el punto (π,0), tenemos que $F(\pi) = 0$, es decir
$0 = (\pi)^2\cdot\text{sen}(\pi) + 2\pi\cdot\cos(\pi) - 2\cdot\text{sen}(\pi) + K = 0 + 2\pi(-1) - 0 + K$, luego $K = 2\pi$, y **la primitiva pedida es** $\mathbf{F(x) = x^2\cdot sen(x) + 2x\cdot cos(x) - 2\cdot sen(x) + 2\pi}$.

Ejercicio 3 opción B, modelo Junio 2012 específico

Dado el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} kx \quad + 2y &= 3 \\ -x \qquad +2kz &= -1 \\ 3x - y - 7z &= k + 1 \end{aligned}$$

(a) [1’75 puntos] Estudia el sistema para los distintos valores del parámetro k.
(b) [0’75 puntos] Resuélvelo para k = 1.

Solución

(a)
Estudia el sistema para los distintos valores del parámetro k.

La matriz de los coeficientes del sistema es $A = \begin{pmatrix} k & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2k \\ 3 & -1 & -7 \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada

$A^* = \begin{pmatrix} k & 2 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 2k & -1 \\ 3 & -1 & -7 & k+1 \end{pmatrix}$.

Si det(A) = |A| $\neq$ 0, rango(A) = rango(A^*) = 3 = nº de incógnitas. El sistema es compatible y determinado y tiene solución única.

$|A| = \begin{vmatrix} k & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2k \\ 3 & -1 & -7 \end{vmatrix}$ Adjuntos primera fila $= (k)(2k) - (2)(7-6k) + 0 = 2k^2 + 12k - 14 \neq 0,$

Resolviendo la ecuación $2k^2 + 12k - 14 = 0$, o bien $k^2 + 6k - 7 = 0$, obtenemos k = -7 y k=1.

Si **k ≠ -7 y k ≠ 1**, det(A) = |A| ≠ 0, rango(A) = rango(A^*) = 3 = nº de incógnitas. **El sistema es compatible y determinado y tiene solución única.**

Si **k = -7**

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & -14 \\ 3 & -1 & -7 \end{pmatrix} \text{ y } A^* = \begin{pmatrix} -7 & 2 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & -14 & -1 \\ 3 & -1 & -7 & -6 \end{pmatrix}.$$

En A como $\begin{vmatrix} -7 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$, tenemos rango(A)=2

En A^* como $\begin{vmatrix} -7 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & -6 \end{vmatrix}_{\substack{\text{Adjuntos} \\ \text{segunda} \\ \text{fila}}} = -(-1)(-12+3) + 0 - (-1)(7-6) = -9 + 1 = -8 \neq 0$, tenemos rango($A^*$) = 3. Como rango(A) = 2 ≠ rango(A^*) = 3, **el sistema es incompatible y no tiene solución.**

Si **k = 1**

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \\ 3 & -1 & -7 \end{pmatrix} \text{ y } A^* = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ -1 & 0 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & -7 & 2 \end{pmatrix}.$$

En A como $\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$, tenemos rango(A)=2

En A^* como $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}_{\substack{\text{Adjuntos} \\ \text{segunda} \\ \text{fila}}} = -(-1)(4+3)+0-(-1)(-1-6) = 7-7= 0$, tenemos rango($A^*$) = 2.

Como rango(A) = rango(A^*) = 2 < número de incógnitas, **el sistema es compatible e indeterminado y tiene infinitas soluciones.**

(b)

Resuélvelo para k = 1.

Hemos visto en el apartado anterior que si **k = 1**, rango(A) = rango(A^*) = 2, **el sistema es compatible e indeterminado y tiene infinitas soluciones.**

Como el rango es 2, sólo necesitamos 2 ecuaciones. (Tomo las del menor de A distinto de cero con el que hemos determinado el rango, es decir la 1ª y la 2ª).

x + 2y = 3

-x + 2z = -1. Tomo **z = a** ∈ R, de donde **x = 1 + 2a**, y entrando en la 1ª ecuación tenemos

(1 + 2a) + 2y = 3 → 2y = 2 – 2a → **y = 1 – a**

Solución (x,y,z) = (1 + 2a, 1 – a, a) con a ∈ R.

Ejercicio 4 opción B, modelo Junio 2012 específico

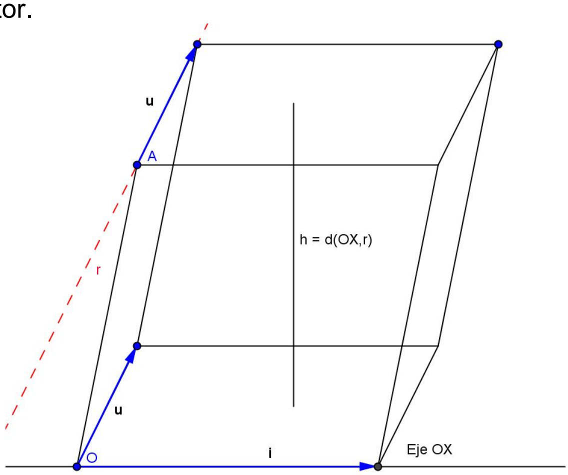
[2’5 puntos] Calcula de manera razonada la distancia del eje OX a la recta r de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x - 3y \quad\quad = 4 \\ 2x - 3y - z = 0 \end{cases}$$

Solución

Calcularemos la distancia entre las rectas utilizando el volumen del paralelepípedo.

Antes de resolver el problema, haremos un pequeño dibujo, y de cada recta tomaremos un punto y un vector director.



Del eje OX tomamos como punto el origen O(0,0,0) y como vector el **i** = (1,0,0)

De la recta $r \equiv \begin{cases} 2x - 3y \quad\quad = 4 \\ 2x - 3y - z = 0 \end{cases}$, tomamos como vector **u** el producto vectorial de los vectores normales de cada plano que determinan a la recta "r".

$$\mathbf{u} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 0 \\ 2 & -3 & -1 \end{vmatrix} = \mathbf{i}(3) - \mathbf{j}(-2) + \mathbf{k}(0) = (3,2,0)$$

Para el punto A de "r" tomamos y = 0, de donde x = 2 y z = 4, luego A(2,0,4)

Sabemos que el volumen del paralelepípedo es el valor absoluto (| |) del producto mixto de tres vectores con origen común ([**OA**,**i**,**u**]), pero también es el área de la base (área de un paralelogramo, que es el módulo del producto vectorial de los vectores que lo determinan ||**ixu**||) por la altura (h), que es la distancia entre las rectas, es decir:

Volumen del paralelepípedo = [**i**,**u**,**OA**] = área base . h = ||**ixu**||·d(OX,r), de donde la distancia entre las rectas es "d(OX,r) = | ([**OA**,**i**,**u**])/(||**ixu**||) |"

OA = (2,0,4); **i** = (1,0,0); **u** = (3,2,0)

$$\mathbf{ixu} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \mathbf{i}(0) - \mathbf{j}(0) + \mathbf{k}(2) = (0,0,2), \text{ de donde } ||\mathbf{ixu}|| = \sqrt{(2^2)} = 2.$$

$$[\mathbf{OA},\mathbf{i},\mathbf{u}] = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 2(0) - 0(0) + 4(2) = 8.$$

La distancia pedida es d(OX,r) = | ([OA,i,u])/(||ixu||) | = 8/2 = 4 u.l.